Universiteit Antwerpen
Faculteit Wetenschappen

Computerarchitectuur

Adders

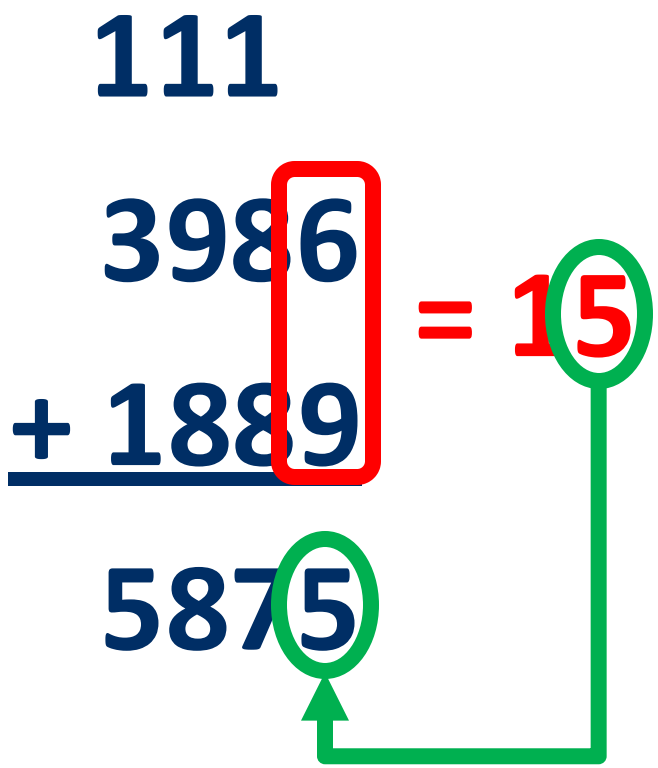
Optellen (addition) decimale getallen

$$
\begin{array}{r}
111 \\
3986 \\
+\ 1889 \\
\hline
5875
\end{array}
$$

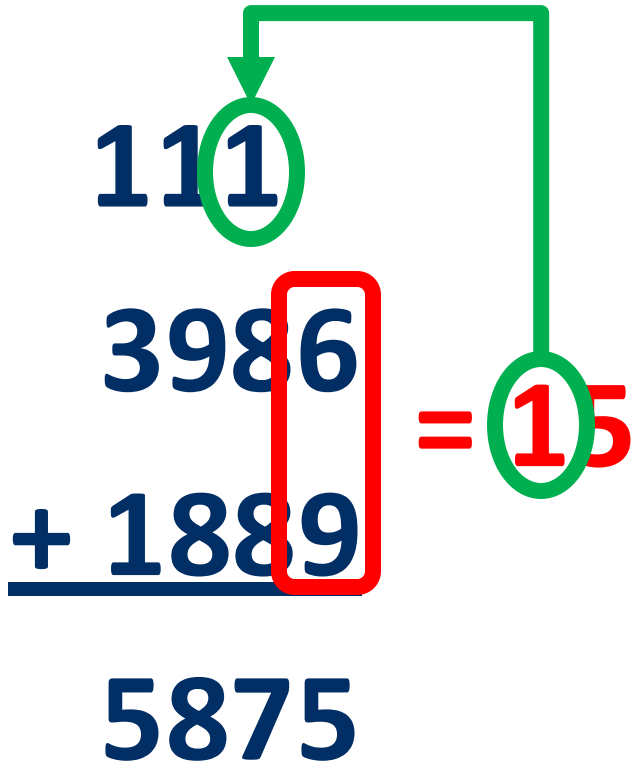
Optellen (addition) decimale getallen

$$\begin{array}{r} 111 \\ 3986 \\ +\ 1889 \\ \hline 5875 \end{array} \quad = 15$$

Optellen (addition) decimale getallen



Optellen (addition) decimale getallen



Optellen (addition) binaire getallen

$$
\begin{array}{r}
01011110 \\
00101110 \\
+\ 00100111 \\
\hline
01010101
\end{array}
$$

Optellen (addition) binaire getallen

CarryOut

=

0101110 = CarryIn

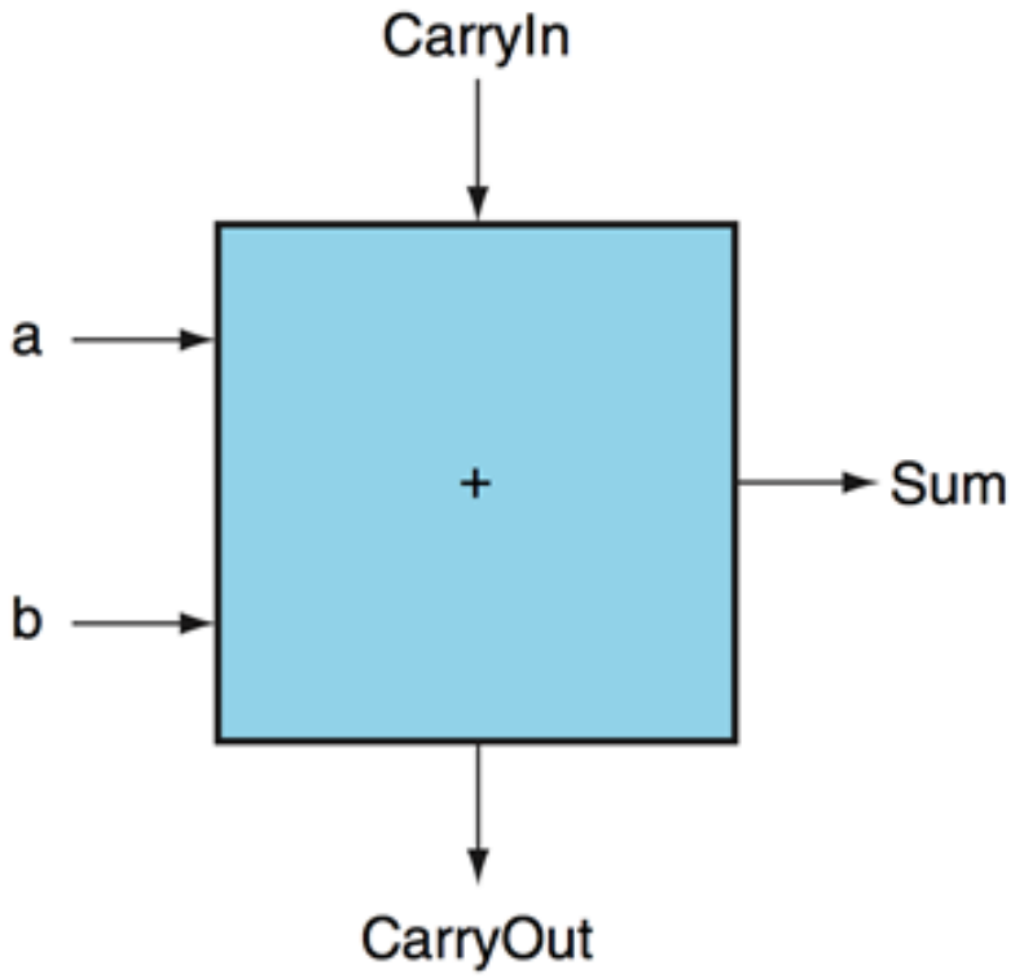
00101110 = A

+ 00100111 = B

01010101 = Sum

Optellen (addition) binaire getallen

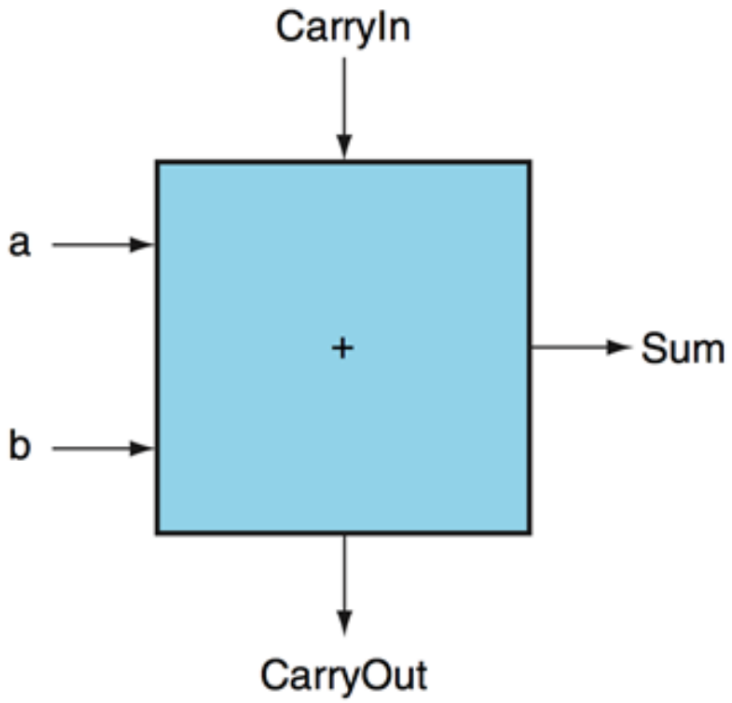
Inputs			Outputs		Comments
A	B	CarryIn	CarryOut	Sum	
0	0	0	0	0	$0 + 0 + 0 = 00_2$
0	0	1	0	1	$0 + 0 + 1 = 01_2$
0	1	0	0	1	$0 + 1 + 0 = 01_2$
0	1	1	1	0	$0 + 1 + 1 = 10_2$
1	0	0	0	1	$1 + 0 + 0 = 01_2$
1	0	1	1	0	$1 + 0 + 1 = 10_2$
1	1	0	1	0	$1 + 1 + 0 = 10_2$
1	1	1	1	1	$1 + 1 + 1 = 11_2$



1-Bit Full Adder

- 1-bit optelling (addition):
  - **CarryOut** output is 1 wanneer **ten minste twee inputs** gelijk zijn aan 1
  - **Sum** output is 1 wanneer **exact één input** gelijk is aan 1, of wanneer **alle drie de inputs** gelijk zijn aan 1

1-Bit Full Adder



- 1-bit optelling (addition):
  - **CarryOut** output is 1 wanneer **ten minste twee inputs** gelijk zijn aan 1

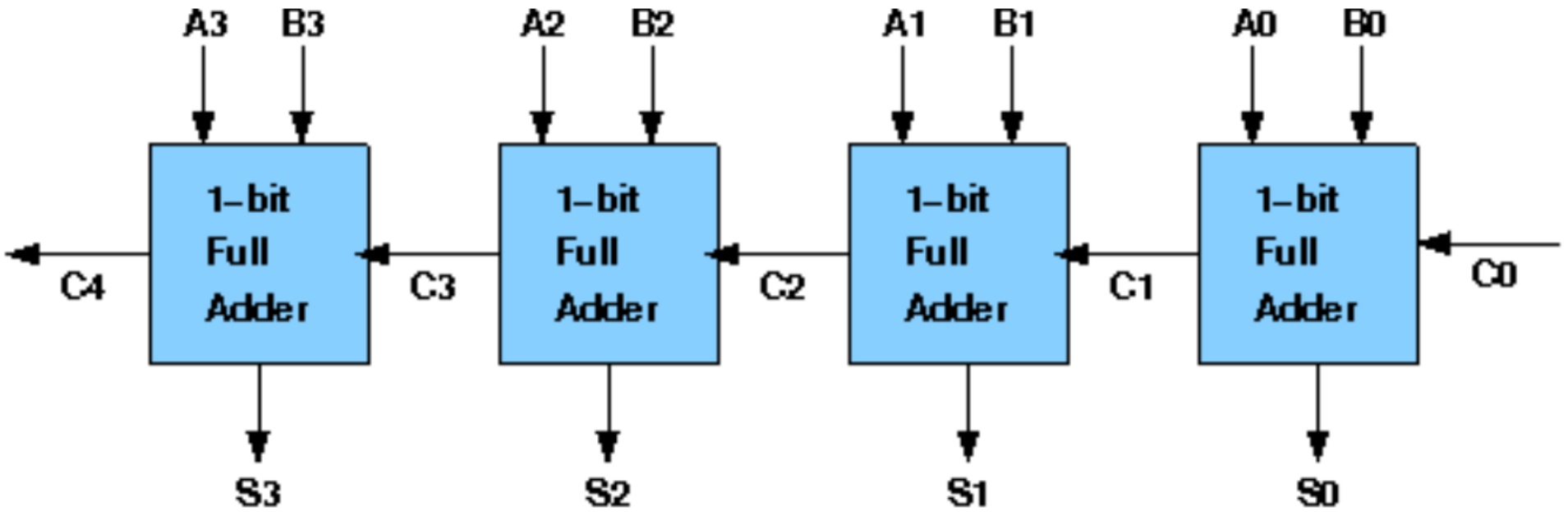
$$\text{CarryOut} = (\text{b} \cdot \text{CarryIn}) + (\text{a} \cdot \text{CarryIn}) + (\text{a} \cdot \text{b})$$

  - **Sum** output is 1 wanneer **exact één input** gelijk is aan 1, of wanneer **alle drie de inputs** gelijk zijn aan 1

$$\text{Sum} = (\text{a} \cdot !\text{b} \cdot !\text{CarryIn}) \cdot (!\text{a} \cdot \text{b} \cdot !\text{CarryIn}) + (!\text{a} \cdot !\,\text{b} \cdot \text{CarryIn}) + (a \cdot \text{b} \cdot \text{CarryIn})$$

Ripple Carry Adder

- **N-bit optelling (addition):**
  - Series van 1-bit full adders
  - Carry vloeit (ripples) door de optelling = Traag!



Bereken Carry

????????

00101110

+ 00100111

Propagate en Generate

- **Generate: "Wanneer genereren a_i en b_i een carry?"**
  - Er wordt een CarryOut gegenereerd onafhankelijk van wat de CarryIn is?
  - $g_i = a_i \cdot b_i$
- **Propagate: "Wanneer propageren a_i en b_i een carry?"**
  - Wanneer wordt een CarryOut gegenereerd als er een CarryIn is?
  - $p_i = a_i + b_i$
- **CarryIn:**
  - $c_{i+1} = g_i + p_i \cdot c_i$

$$
\begin{array}{r}
c_3\ c_2\ c_1\ c_0 \\
a_3\ a_2\ a_1\ a_0 \\
+\ b_3\ b_2\ b_1\ b_0 \\
\hline
s_3\ s_2\ s_1\ s_0
\end{array}
$$

Carry Lookahead Adder

- $c_1 = g_0 + (p_0 \cdot c_0)$
- $c_2 = g_1 + (p_1 \cdot g_0) + (p_1 \cdot p_0 \cdot c_0)$
- $c_3 = g_2 + (p_2 \cdot g_1) + (p_2 \cdot p_1 \cdot g_0) + (p_2 \cdot p_1 \cdot p_0 \cdot c_0)$
- $c_4 = g_3 + (p_3 \cdot g_2) + (p_3 \cdot p_2 \cdot g_1) + (p_3 \cdot p_2 \cdot p_1 \cdot g_0) + (p_3 \cdot p_2 \cdot p_1 \cdot p_0 \cdot c_0)$

$$
\begin{array}{rr}
 & c_3\ c_2\ c_1\ c_0 \\
 & a_3\ a_2\ a_1\ a_0 \\
+ & b_3\ b_2\ b_1\ b_0 \\
\hline
 & s_3\ s_2\ s_1\ s_0
\end{array}
$$

Carry Lookahead Adder

????	????
0010	1110
+ 0010	+ 0111

Super Propagates en Super Generates

- **Bereken CarryIn van elke 4-bit carry-lookahead adder**
- **Super propagate P_i en super generate G_i:**
  - $P_0 = p_3 \cdot p_2 \cdot p_1 \cdot p_0$
  - $G_0 = g_3 + (p_3 \cdot g_2) + (p_3 \cdot p_2 \cdot g_1) + (p_3 \cdot p_2 \cdot p_1 \cdot g_0)$
- **Bereken C_i:**
  - $C_1 = G_0 + (P_0 \cdot c_0)$
  - $C_2 = G_1 + (P_1 \cdot G_0) + (P_1 \cdot P_0 \cdot c_0)$
  - $C_3 = \cdots$

8-bit Carry Lookahead Adder